



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA

CÓDIGO ASIGNATURA

354

DEPARTAMENTO: *Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas*

ASIGNATURA: **ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA II.**

RESPONSABLE DE LA MATERIA: *Dra. Marcela Cristina Falsetti*

CANTIDAD DE HORAS CÁTEDRA: 5 HORAS. (4 hs reloj)

AÑO: 2008

MATERIA ANUAL.

**OBJETIVOS:**

**1 Objetivos Generales:** Se pretende que los alumnos:

Conceptuales:

- a) Justifique adecuadamente sus procedimientos.
- b) Adquieran estrategias intelectuales más complejas y de mayor nivel de abstracción sobre la base del aprendizaje de técnicas y reglas de estructuración propias del Álgebra.
- c) Puedan abordar, utilizando conceptos adquiridos durante el curso, temas de materias específicas de su carrera como por ejemplo Electrónica, Física, Informática, etc.
- d) Reconozcan la eficiencia y optimización del manejo de nociones como vectores, matrices, grafos que le permiten estructurar datos.
- e) Aprendan distintas formas de representación simbólica del lenguaje y sus aplicaciones.

Procedimentales:

- a) Adquieran destreza en el uso de diferentes representaciones.
- b) Utilicen eficientemente los algoritmos de resolución.
- c) Adquieran mecanismos de comprensión y estudio de textos especializados.
- d) Empleen correctamente formas argumentativas propias de la Matemática para justificar procedimientos matemáticos.
- e) Utilicen herramientas tecnológicas en pro de enriquecer su trabajo.
- f) Aprendan a estructurar datos.

Actitudinales

- 2) Aumenten su capacidad y competitividad estudiantil en relación a su futura capacidad profesional.
- 3) Cumplan con la tarea asignada.
- 4) Vislumbren conexiones con actividades de investigación y desarrollo propias de su especialidad.
- 5) Se responsabilicen por su trabajo, respondan por él y lo defiendan fundamentadamente.



- 6) Aprendan a trabajar en equipo y responsabilizarse por su rol dentro de él.

**2 Objetivos específicos:** Que los estudiantes:

- a) Entienda y utilice la noción de estructura algebraica para referirse a clases de objetos matemáticos que comparten ciertas propiedades operativas.
- b) Aprendan las nociones y herramientas del Álgebra Lineal conectándolos con conceptos geométricos.
- c) Que manejen las representaciones matriciales en distintos sistemas de referencia (bases del espacio vectorial) de: cambios de coordenada, transformaciones lineales entendiendo el significado de los objetos representados.
- a) Que reconozcan y establezcan las relaciones estructurales entre diferentes espacios a través de las transformaciones lineales.
- b) Que aprendan a conectar las ideas geométricas con las algebraicas, por ejemplo a través de la representación matricial de las transformaciones lineales o la representación vectorial de ciertos conjuntos del plano o del espacio.
- c) Que aprendan a utilizar herramientas algebraicas que les permita inferir propiedades geométricas en espacios más generales como los espacios euclídeos.
- d) Que aprendan el concepto y las propiedades de las transformaciones lineales y las propiedades particulares de las transformaciones autoadjuntas y ortogonales en espacios euclídeos.
- e) Que adquieran suficiente solvencia teórica para poder utilizar las herramientas prácticas como por ejemplo: uso y aplicación de grafos, diagonalización de matrices y forma normal de Jordan con aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales, propiedades de los espacios con producto interno con aplicación a la aproximación de funciones por polinomios o senos y cosenos (introducción al Análisis de Fourier).
- f) Que relacione los contenidos teóricos propios de Álgebra con métodos de aproximación numérica.
- g) Que desarrolle algoritmos de aplicación al cálculo numérico.
- h) Que conozca definiciones y propiedades de grafos, árboles.
- i) Que entienda y aprenda las nociones y métodos de la estructuración de datos.
- j) Que entienda y se familiarice con los conocimientos referidos a lenguajes computacionales, códigos y autómatas.

**Requisitos previos:**

Se sugiere que el alumno tenga los siguientes conocimientos:

- a) Conocer los diferentes conjuntos numéricos sus relaciones y sus propiedades.
- b) Operar en distintos campos numéricos.
- c) Operar con polinomios de coeficientes reales y complejos: Algoritmo de la división. Factorizar polinomios. Utilizar recursos algebraicos (como el criterio de Gauss) y analíticos (aproximación de raíces) para hallar raíces reales.
- d) Graficar y operar con vectores: (sumar, multiplicar por un escalar, realizar combinaciones lineales, producto escalar y producto vectorial).
- e) Hallar ecuaciones vectoriales de geometría lineal (ecuaciones de rectas y planos). Determinar las posiciones relativas entre rectas y planos.
- f) Calcular distancias entre puntos, de una recta a un plano, de un punto a un plano de un



- punto a una recta, etc.
- g) Operar con matrices, triangular una matriz, determinar su rango.
  - h) Calcular determinantes.
  - i) Aplicar propiedades de determinantes.
  - j) Determinar si una matriz es o no inversible y en caso de serlo hallar su inversa.
  - k) Resolver sistemas de ecuaciones lineales.
  - l) Clasificar sistemas de ecuaciones .
  - m) Usar determinantes para indicar el tipo de sistema y para indicar si una matriz es o no inversible.
  - n) Conocer las estructuras de espacio vectorial, sus propiedades: la estructura de subespacio.
  - o) Hallar base y dimensión de un espacio vectorial.

### DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDAD CURRICULAR

La actividad curricular consta de clases teórico – prácticas. Cada curso cuenta con un docente a cargo y un auxiliar. Los cursos son de carácter teórico práctico, es decir el docente a cargo se ocupa tanto de los aspectos teóricos como de los prácticos y el docente auxiliar enfatiza en los asuntos prácticos y la resolución de ejercicios y actividades propuestas. Las consultas de las dudas de los alumnos, la corrección de tarea domiciliaria se realiza en forma conjunta. También la evaluación se realiza en forma conjunta.

Los alumnos cuentan con una guía de actividades consistente en ejercicios y problemas y con los libros sugeridos en la bibliografía. No tienen apuntes impresos de cátedra.

Se hacen trabajos en laboratorio de computación haciendo uso del software Mathematica especialmente para operar con matrices y visualizar cónicas y cuádricas.

### Modalidad de enseñanza y carga horaria

	Carga horaria semanal	Carga horaria total
Teórico-Práctico	3	90
Resolución de problemas	1	30
Suma	4	120

### PROGRAMA ANALÍTICO. CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS:

**Fundamentación:** El programa de la asignatura pretende desarrollar temas matemáticos en torno ejes temáticos que brindan herramientas para la resolución de problemas básicos en Ingeniería y al aprendizaje de herramientas matemáticas que puedan utilizarse en otras asignaturas como Física, Análisis Complejo, Electrónica. Los problemas que se abordarán son:

#### PROBLEMA

**Problema de aproximación de funciones:**  
(Polinomios ortogonales, Introducción a Series de Fourier.  
Aproximación por mínimos cuadrados).

#### ÁREA DE APLICACIÓN

Análisis III, Electrónica,  
Cálculo Numérico

#### Resolución de sistemas ecuaciones

Física, Electrónica



**diferenciales lineales por diagonalización de matrices.**

**Intepretación de autovalores en sistemas físicos.**

**Problema de almacenamiento y estructuración de datos**

Informática, Electrónica, Investigación Operativa

**Métodos matemáticos aproximativos y numéricos**

Informática, Electrónica,

### 3.3 Programa Analítico:

#### **Unidad 1: ESPACIOS VECTORIALES.**

*Situación Problemática: ¿Cómo expresar un vector en distintos sistemas de referencia?*

1. *Repaso:* espacio vectorial, subespacio, combinación lineal, generadores, dependencia e independencia lineal, base, dimensión, intersección y suma de subespacios. Transformaciones Lineales, definición, propiedades, núcleo, imagen, clasificación, teorema de las dimensiones.
2. *Cambio de base. Representación matricial de transformaciones lineales:* matriz asociada a una transformación lineal en un par de bases, composición de transformaciones lineales y cambio/s de bases.

#### **Unidad 2: AUTOVALORES Y AUTOVECTORES. DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES.**

*Situación problemática: ¿Cómo determinar los sistemas de referencias adecuados para simplificar la representación matricial de una transformación? ¿Qué ventajas acarrea dicha simplificación?*

1. *Transformaciones lineales entre espacios vectoriales.* Determinación de una transformación lineal sobre una base. Núcleo e Imagen de una transformación lineal. Matriz de una transformación lineal. Relación entre matrices de una misma transformación lineal en distintas bases. Matrices semejantes.
2. *Autovalores y Autovectores:* definición, polinomio característico, subespacio invariante. Diagonalización de matrices.
3. *Forma de Jordan* de matrices de orden 2 y 3. Teorema de Cayley-Hamilton. Exponencial de una matriz.

#### **Unidad 3: ESPACIOS VECTORIALES CON PRODUCTO INTERNO.**

*Situación problemática: ¿Es posible generalizar las propiedades geométricas del plano y el espacio a otros conjuntos? ¿Cuáles deben ser las características de esos conjuntos?*

1. *Espacio Euclídeo:* producto interior, norma de un vector, ortogonalidad, conjunto ortogonal de vectores, propiedades, conjunto ortonormal, base ortonormal, proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt, complemento ortogonal. Proyecciones.

**Aplicación:** Aproximación de funciones por polinomios ortogonales. Aproximación de funciones por senos y cosenos como aplicación de proyecciones ortogonales. Expresión del error.



**Temas de cálculo numérico:** Descomposición QR . Cuadrados mínimos. Interpolación spline.

**Unidad 4 :** TRANSFORMACIONES ENTRE ESPACIOS CON PRODUCTO INTERNO.

*Situación problemática:* ¿Cuáles son las funciones que transforman espacios euclídeos preservando su estructura o sus principales características? ¿Qué particularidades tienen esas transformaciones?

1. *Transformaciones lineales entre espacios euclídeos:* Transformación adjunta. Transformación autoadjunta. Transformación Ortogonal. Propiedades.
2. *Diagonalización de matrices simétricas.*

**Unidad 5:** GEOMETRÍA ANALÍTICA.

*Situación problemática:* ¿Cómo se aplican los desarrollos algebraicos vistos a estudios geométricos?

1. *Formas bilineales y cuadráticas en espacios euclídeos:* definición y diagonalización de formas cuadráticas. Cónicas y cuádricas: determinación del tipo reducción a su forma canónica.

**Unidad 6:** ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS: MÉTODOS DE RESOLUCIÓN ALGEBRAICA Y NUMÉRICA.

*Situación problemática:* ¿Cómo se resuelven numéricamente las ecuaciones diferenciales:

1. *Resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales homogéneos y no homogéneos.* Reducción de ecuaciones lineales de orden  $n$  a sistemas de ecuaciones lineales. Resolución de ejemplos físicos.
2. Problemas de valores iniciales de orden 1. Ecuaciones lineales de primer orden. Ecuaciones no lineales de primer orden. Método de la serie de Taylor. Aproximación por diferencias finitas. Método de Euler (explícito e implícito). Método de Euler modificado. Análisis de la consistencia de los métodos, convergencia y estabilidad. Métodos de Runge – Kutta. Métodos multipaso : Adams. Estimación del error, control y extrapolación. Problemas de valores de contorno. Problemas de valores iniciales conservativos

**Unidad 7:** GRAFOS y ÁRBOLES.

*Situación problemática:* ¿Cuáles son las estructuras matemáticas que se relacionan con las ciencias de la Computación? ¿Cuáles son las estructuras matemáticas que sirven para ordenar datos?

1. *Grafos:* notación, vértices, aristas, caminos, grado, propiedades, subgrafos, matriz de adyacencia, grafo completo, grafo conexo. Grafos planos, isomorfismo de grafos. Conjunto de corte, conjunto desconectante, istmo, puente, caminos y circuitos de Euler, Caminos y circuitos de Hamilton, propiedades.
2. *Digrafo:* matriz de incidencia, digrafos fuertemente conexas, búsqueda de componentes fuertemente conexas, uso de relación de equivalencia, procedimiento matricial. Ordenamiento por niveles, relación de orden, procedimiento matricial.
3. *Árboles:* definición, árbol no dirigido, árbol dirigido; definición de raíz, hoja, altura, árbol, antecesores, niveles, balanceados. Recorrido de árboles: preorden, postorden, orden simétrico; notación polaca directa, notación polaca inversa, notación polaca



infija.

**Unidad 8 : TÓPICOS DE MATEMÁTICA DISCRETA.**

*Situación problemática: Estudiar las principales aplicaciones a la Computación.*

1. *Códigos*: Codificación, decodificación, detección de errores, matriz de control de paridad, matriz generador a de código. Corrección de errores, código de grupo, propiedades, procedimientos tabla de decodificación (coclasas residuales).
2. *Lenguajes formales*: Lenguajes, gramáticas, tipos de lenguajes y gramáticas.
3. *Máquinas de estado finito*: Autómatas finitos y lenguajes regulares.

**BIBLIOGRAFIA :**

**Bibliografía básica:**

1. *Álgebra y geometría*. Eugenio Hernández, Ed. Addison Wesley- Universidad Autónoma de Madrid. 1994.
2. *Álgebra lineal con aplicaciones*. Stanley I. Grossman,. Ed. Mc. Graw Hill.
3. *Elementary Linear Algebra*. Anton,H. Rorres,CH,. John Wiley & Sons.Inc. 2000
4. *Elementos de Matemáticas Discretas*. Liu, C. L., Ed. Mc Graw Hill. 2da. Ed. 1995.
5. *Introduction to Numerical Analysis*. F. B. Hildebrand, , MacGraw-Hill (1964)

**Bibliografía complementaria:**

1. Apostol, T., *Cálculus- tomo II*. Ed. Reverté. Segunda Edición.1996.
2. Balakrishnan, V. K., *Introductory Discrete Mathematics*. Dover. 1996
3. Ikrámov, J, *Problemas de Álgebra Lineal*.. Editorial Mir. Moscú. 1990
4. Lang, S., *Introducción al Álgebra Lineal*. Addison-Wesley Iberoamericana.1990
5. Larotonda, A, *Álgebra lineal y Geometría*. Ed. Eudeba.
6. Petrofrezza, A, *Matrices y transformadas*. Ed. Eudeba. 1975
7. Ross,K. Wright.Ch. Prentice Hall. *Matemáticas Discretas*. 2da Edición.1990.
8. Hoffman K., Kunze, R, *Álgebra lineal*. Ed. Prentice Hall. 4ta. Edición. 1981
9. Santaló,L., *Vectores y tensores con sus aplicaciones*. Ed. Eudeba. 13ª. Edición. 1985
10. Stanley I. Grossman, *Aplicaciones de Álgebra Lineal*. Ed. Mc. Graw Hill. 1987
11. Strang,G., *Linear Algebra and Its Applications*. Saunders HBJ. Third edition. 1988.
12. F. Scheid, *Numerical Analysis*, Schaum (1988)
13. W. H. Press y Otros, *Numerical Recipes*, Cambridge U. P. (1986)
14. D.Kinkaid y W.Chenney, *Análisis Numérico*, Addison Wesley (1994)
15. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, John Wiley (1989)



### **METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA.**

#### **b) Metodología:**

##### **i) De clase:**

Considerando que las clases son de tres horas cátedra y el tiempo escasea, la metodología de trabajo alternará entre clases expositivas donde los profesores explicarán los temas haciendo participar a los alumnos (exposición dialogada) y clases prácticas donde los alumnos resolverán ejercicios planteados mediante trabajo en grupos mientras los profesores supervisarán su realización y atenderán consultas personales. Además se preve realizar talleres de trabajo para utilizar paquetes de software de Matemática aplicados al Álgebra Lineal. Se le asignará a los estudiantes problemas o tópicos que deberán estudiar y preparar para luego exponer ante sus compañeros.

##### **ii) De ejercitación:**

Las guías prácticas deben contener ejercicios seleccionados y presentados de modo gradual en complejidad. La presentación debe ser guiada por los objetivos propuestos para el tema específico al cual la práctica se refiere. Es conveniente que las prácticas se refieran a cada núcleo temático de la materia y que el alumno tenga claro qué conceptos está ejercitando. Aquellos ejercicios donde se haga hincapié en algún concepto fundamental deben ser supervisados por los profesores en la clase haciendo un comentario general, al final de la práctica, sobre los resultados y procedimientos. Los ejercicios deben ser seleccionados con un criterio que pondere lo conceptual respecto a la mecanización de procedimientos y sobre todo deben apuntar a la utilidad de dichos conceptos en Ingeniería.

### **EXPERIENCIAS DE LABORATORIO, TALLER O TRABAJOS DE CAMPO**

*Descripción de las experiencias a desarrollar en el curso. Tener en consideración el punto 3.*

### **USO DE COMPUTADORAS**

Se usarán calculadoras personales en la clase que realicen operaciones matriciales y graficadoras para estudiar las aproximaciones de funciones por métodos de proyecciones ortogonales sobre espacios funcionales.

Se indicarán trabajos prácticos con aplicaciones del Álgebra Lineal y de Cálculo Numérico usando el Mathematica.



### METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN

Las evaluaciones serán de tres tipos:

1) Procesual: En la que se hará un seguimiento de cada estudiante, puede ser mediante su intervención en la clase o entrega de ejercicios resueltos en forma regular. Además se usarán para esta instancia de evaluación los siguientes instrumentos:

- a) Práctica supervisada
- b) Cuestionarios con preguntas
- c) Realización de mapas conceptuales

2) Por trabajos prácticos: Se prevé asignar dos tipos de trabajos prácticos:

- a) Con presentación escrita, de carácter individual que consistirá en desarrollar una guía de estudio y de ejercicios referidos a un tema complementario al dictado en la clase que demande:
  - búsqueda bibliográfica adicional,
  - creatividad en el planteo de las soluciones,
  - relacionar con otras áreas de la Matemática o áreas disciplinares afines.
- b) Con presentación oral, que consiste en sobre un tema asignado realizar una indagación bibliográfica, buscar ejemplos, presentar problemas y ejercicios, aplicaciones y se evaluará la capacidad expositiva del grupo.

Los trabajos prácticos grupales constarán de dos formas de evaluación: una grupal, evaluando el producto; una individual, evaluando los aprendizajes individuales de los integrantes.

Los trabajos prácticos previstos para este año son:

TP1: Cónicas y Cuádricas	Individual, con presentación escrita
TP2: Lenguajes, Máquinas de estado finito y autómatas.	Grupal, con presentación escrita.

3) Por pruebas parciales escritas: con ejercicios del tipo teórico – práctico . Los ejercicios estarán destinados a “medir” el grado de comprensión de los resultados teóricos expuestos en clase y el manejo de las definiciones y propiedades en otros contextos para comprobar que realmente se han incorporado los conceptos y no memorizado o mecanizado definiciones, procedimientos y demostraciones ya presentadas en las clases o que figuran en los libros. Los ejercicios presentados deben ser del nivel de aquéllos que se trabajaron en las clases teóricas y prácticas. Se tomarán dos trabajos parciales.

### CALENDARIO DE ACTIVIDADES

Es necesario aclarar que esta materia se desarrolla mediante un encuentro semanal de tres horas cátedra cada uno. La siguiente tabla es una propuesta de distribución temporal.

SEMANA	
1	Revisión y repaso de Esp. Vect, Subespacio, base y dimensión.
2	Cambio de base. Transformaciones Lineales
3 y 4	Matriz de una T.L. Cambio de coordenadas con matrices de T.L.
5 y 6	Autovalores y Autovectores Diagonalización de Matrices. Formas de Jordan – Exponencial de una matriz.





UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA

7 a 9	Espacios Euclidianos
10	Aproximación por polinomios ortogonales.
11 y 12	Temas de cálculo numérico- Aprox. QR. Cuadrados mínimos. Splines.
15	Transformaciones en Espacios Euclídeos.
16	PRIMER PARCIAL
	RECESO
17	Examen recuperatorio
18	Transformaciones en Espacios Euclídeos.
19 y 20	Geometría Analítica
21 a 24	Ecuaciones diferenciales. Métodos de resolución numérica. Sistemas de ecuaciones dif. lineales. Métodos de resolución numérica.
25 y 26	Grafos y árboles
27 y 28	Lenguajes y Computabilidad
29	SEGUNDO PARCIAL
30	Examen Recuperatorio
31	Examen recuperatorio



## **REGLAMENTO DE PROMOCIÓN**

Existen tres formas de aprobación:

- 1- Examen Libre
- 2- Curso regular y Examen Final
- 3- Curso Regular y promoción

1- Régimen de examen libre: Consiste en un examen de evaluación general de temas de Práctica y Teoría de acuerdo a los programas en vigencia y en fechas establecidas por la Universidad.

2- Régimen de Curso Regular y Examen Final

2.1- Curso regular: El curso regular de la materia consiste en cumplir los siguientes requisitos:

2.1.1- Asistencia: Tener el 75% de asistencia en las clases dictadas en la asignatura durante el año.

2.1.2 - Exámenes Parciales: Aprobar dos exámenes parciales en las fechas fijadas en el cronograma. La aprobación consiste en tener obtener una clasificación de 4 o más puntos sobre una escala del 1 al 10.

2.1.3 Exámenes recuperatorios: El alumno tendrá la opción de recuperar cada parcial para lo cual hay tres oportunidades en las fechas fijadas según el cronograma de la materia de acuerdo al calendario académico. La nota del recuperatorio anula a la del examen inicial.

2.1.4 - Firma del curso regular: Cumplidos todos los requisitos el alumno firmará la Libreta Universitaria con el profesor a cargo de la comisión quien consignará la aprobación de los Trabajos Prácticos y de los Parciales.

2.2 – Examen Final: Las fechas del examen final son establecidas por el calendario académico y las condiciones para presentarse a examen final son:

- d) La firma del curso regular en la libreta
- e) La inscripción en la Oficina de alumnos en las fechas establecidas a tal efecto.
- f) Presentarse en un llamado y sólo uno por turno.
- g) Ingresar al examen final con la Libreta Universitaria
- h) Ingresar con el comprobante de la oficina de alumnos.

El temario del examen final versa sobre el contenido total del programa en vigencia teniendo en cuenta como referencia la bibliografía básica.

2.3- Pérdida de regularidad: en caso de perderse las condiciones de regularidad, el alumno deberá recurrir la materia. Las condiciones de regularidad se pierden en los siguientes casos: 1) Haber resultado aplazado en 3 (tres) exámenes parciales y/o recuperatorios. 2) Haber vencido el plazo de 5 (cinco) turnos consecutivos de exámenes finales

3- Régimen de Curso Regular y Examen Final

3.1- Curso regular: El curso regular de la materia consiste en cumplir los siguientes requisitos:

3.1.1- Asistencia: Tener el 75% de asistencia en las clases dictadas en la asignatura durante el año.

3.1.2 - Exámenes Parciales: Aprobar dos exámenes parciales en las fechas fijadas en el cronograma. La aprobación consiste en tener obtener una clasificación de 7 o más puntos sobre una escala del 1 al 10.

3.1.3 Exámenes recuperatorios: El alumno tendrá la opción de recuperar cada parcial para alcanzar la calificación 7 o más para lo cual hay tres oportunidades en las fechas fijadas según el cronograma de la materia de acuerdo al calendario académico. La nota del recuperatorio anula a la del examen inicial.

3.1.4 - Firma del curso regular: Cumplidos todos los requisitos el alumno firmará la Libreta Universitaria con el profesor a cargo de la comisión quien consignará la aprobación de los Trabajos Prácticos, de los Parciales y de la asignatura siendo la calificación final el promedio de las calificaciones de los parciales.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA

*“Certifico que el presente programa de estudios de la asignatura..... es el vigente para el ciclo lectivo ....., guarda consistencia con los contenidos mínimos del plan de estudios y se encuentra convenientemente actualizado”*

*Firma*

*Aclaración*

*Cargo*

*Fecha*