



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA

CÓDIGO ASIGNATURA  
610

DEPARTAMENTO: *Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas*

ASIGNATURA: **MATEMÁTICA DISCRETA II**

Ingeniería en Informática

Año: **2009**      **ANUAL**

**OBJETIVOS:**

**1 Objetivos Generales:** Se pretende que los alumnos:

Conceptuales:

- a) Justifique adecuadamente sus procedimientos.
- b) Adquieran estrategias intelectuales más complejas y de mayor nivel de abstracción sobre la base del aprendizaje de técnicas y reglas de estructuración propias del Álgebra.
- c) Alcancen mayor nivel de ideas y de representaciones geométricas y dimensionales.
- d) Puedan abordar, utilizando conceptos adquiridos durante el curso, temas de materias específicas de su carrera como por ejemplo Electrónica, Física, Informática, etc.
- e) Reconozcan las aplicaciones electrónicas dentro de un contexto más amplio y mejor justificado.
- f) Reconozcan la eficiencia y optimización del manejo de nociones que le permiten estructurar datos.
- g) Aprendan a estructurar datos.
- h) Aprendan distintas formas de representación simbólica del lenguaje y sus aplicaciones.

Procedimentales:

- 2) Adquieran destreza en el uso de diferentes representaciones.
- 3) Utilicen eficientemente los algoritmos de resolución.
- 4) Adquieran mecanismos de comprensión y estudio de textos especializados.
- 5) Empleen correctamente formas argumentativas propias de la Matemática para justificar procedimientos matemáticos.
- 6) Utilicen herramientas tecnológicas en pro de enriquecer su trabajo.

Actitudinales

- 2) Aumenten su capacidad y competitividad estudiantil en relación a su futura capacidad profesional.
- 3) Cumplan con la tarea asignada.
- 4) Vislumbren conexiones con actividades de investigación y desarrollo propias de su especialidad.
- 5) Se responsabilicen por su trabajo, respondan por él y lo defiendan fundamentadamente.
- 6) Aprendan a trabajar en equipo y responsabilizarse por su rol dentro de él.



**2 Objetivos específicos:** Que los estudiantes:

- a) Entienda y utilice la noción de estructura algebraica para referirse a clases de objetos matemáticos que comparten ciertas propiedades operativas.
- b) Aprendan las nociones y herramientas del Álgebra Lineal conectándolos con conceptos geométricos.
- c) Que manejen las representaciones matriciales en distintos sistemas de referencia (bases del espacio vectorial) de: cambios de coordenada, transformaciones lineales entendiéndolo el significado de los objetos representados.
- a) Que reconozcan y establezcan las relaciones estructurales entre diferentes espacios a través de las transformaciones lineales.
- b) Que aprendan a conectar las ideas geométricas con las algebraicas, por ejemplo a través de la representación matricial de las transformaciones lineales o la representación vectorial de ciertos conjuntos del plano o del espacio.
- c) Que aprendan a utilizar herramientas algebraicas que les permita inferir propiedades geométricas en espacios más generales como los espacios euclídeos.
- d) Que aprendan el concepto y las propiedades de las transformaciones lineales y las propiedades particulares de las transformaciones autoadjuntas y ortogonales en espacios euclídeos.
- e) Que adquieran suficiente solvencia teórica para poder utilizar las herramientas prácticas como por ejemplo: uso y aplicación de grafos, diagonalización de matrices y forma normal de Jordan con aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales, propiedades de los espacios con producto interno con aplicación a la aproximación de funciones por polinomios o senos y cosenos (introducción al Análisis de Fourier).
- f) Que relacione los contenidos teóricos propios de Álgebra con métodos de aproximación numérica.
- g) Que desarrolle algoritmos de aplicación al cálculo numérico.
- h) Que conozca definiciones y propiedades de grafos, árboles.
- i) Que entienda y aprenda las nociones y métodos de la estructuración de datos.
- j) Que entienda y se familiarice con los conocimientos referidos a lenguajes computacionales, códigos y autómatas.

**Requisitos previos:**

Se sugiere que el alumno tenga las siguientes habilidades.

- a) Conocer los diferentes conjuntos numéricos sus relaciones y sus propiedades.
- b) Operar en distintos campos numéricos.
- c) Operar con polinomios de coeficientes reales y complejos: Algoritmo de la división. Factorizar polinomios. Utilizar recursos algebraicos (como el criterio de Gauss) y analíticos (aproximación de raíces) para hallar raíces reales.
- d) Graficar y operar con vectores: (sumar, multiplicar por un escalar, realizar combinaciones lineales, producto escalar y producto vectorial).
- e) Hallar ecuaciones vectoriales de geometría lineal (ecuaciones de rectas y planos). Determinar las posiciones relativas entre rectas y planos.
- f) Calcular distancias entre puntos, de una recta a un plano, de un punto a un plano de un punto a una recta, etc.



- g) Operar con matrices, triangular una matriz, determinar su rango.
- h) Calcular determinantes.
- i) Aplicar propiedades de determinantes.
- j) Determinar si una matriz es o no inversible y en caso de serlo hallar su inversa.
- k) Resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- l) Clasificar sistemas de ecuaciones .
- m) Usar determinantes para indicar el tipo de sistema y para indicar si una matriz es o no inversible.
- n) Conocer las estructuras de espacio vectorial, sus propiedades: la estructura de subespacio.
- o) Hallar base y dimensión de un espacio vectorial.

## CONTENIDOS

**Fundamentación:** El programa de la asignatura pretende desarrollar temas matemáticos en torno ejes temáticos que brindan herramientas para la resolución de problemas básicos en Ingeniería y al aprendizaje de herramientas matemáticas que puedan utilizarse en otras asignaturas como Física, Análisis Complejo, Electrónica. Los problemas que se abordarán son:

| PROBLEMA   | ÁREA DE APLICACIÓN                      |
|--|---|
| <b>Problema de aproximación de funciones:</b><br>(Polinomios ortogonales, Introducción a Series de Fourier.<br>Aproximación por mínimos cuadrados).          | Cálculo Numérico                        |
| <b>Resolución de sistemas ecuaciones diferenciales lineales por diagonalización de matrices.</b><br><b>Intepretación de autovalores en sistemas físicos.</b> | Física                                  |
| <b>Problema de almacenamiento y estructuración de datos</b>  | Informática.<br>Investigación Operativa |
| <b>Métodos matemáticos aproximativos y numéricos</b>   | Informática.                            |

### 3.3 Programa Analítico:

#### **Unidad 1: ESPACIOS VECTORIALES.**

*Situación Problemática: ¿Cómo expresar un vector en distintos sistemas de referencia?*

1. *Repaso:* espacio vectorial, subespacio, combinación lineal, generadores, dependencia e independencia lineal, base, dimensión, intersección y suma de subespacios. Transformaciones Lineales, definición, propiedades, núcleo, imagen, clasificación, teorema de las dimensiones.
2. *Cambio de base. Representación matricial de transformaciones lineales:* matriz asociada a una transformación lineal en un par de bases, composición de transformaciones lineales y cambio/s de bases.



**Unidad 2:** AUTOVALORES Y AUTOVECTORES. DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES.

*Situación problemática:* ¿Cómo determinar los sistemas de referencias adecuados para simplificar la representación matricial de una transformación? ¿Qué ventajas acarrea dicha simplificación?

1. *Transformaciones lineales entre espacios vectoriales.* Determinación de una transformación lineal sobre una base. Núcleo e Imagen de una transformación lineal. Matriz de una transformación lineal. Relación entre matrices de una misma transformación lineal en distintas bases. Matrices semejantes.
2. *Autovalores y Autovectores:* definición, polinomio característico, subespacio invariante. Diagonalización de matrices.
3. *Forma de Jordan* de matrices de orden 2 y 3. Teorema de Cayley-Hamilton. Exponencial de una matriz.

**Unidad 3:** ESPACIOS VECTORIALES CON PRODUCTO INTERNO.

*Situación problemática:* ¿Es posible generalizar las propiedades geométricas del plano y el espacio a otros conjuntos? ¿Cuáles deben ser las características de esos conjuntos?

1. *Espacio Euclídeo:* producto interior, norma de un vector, ortogonalidad, conjunto ortogonal de vectores, propiedades, conjunto ortonormal, base ortonormal, proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt, complemento ortogonal. Proyecciones.

**Aplicación:** Aproximación de funciones por polinomios ortogonales. Aproximación de funciones por senos y cosenos como aplicación de proyecciones ortogonales. Expresión del error.

**Temas de cálculo numérico:** Descomposición QR . Cuadrados mínimos. Interpolación spline.

**Unidad 4 :** TRANSFORMACIONES ENTRE ESPACIOS CON PRODUCTO INTERNO.

*Situación problemática:* ¿Cuáles son las funciones que transforman espacios euclídeos preservando su estructura o sus principales características? ¿Qué particularidades tienen esas transformaciones?

1. *Transformaciones lineales entre espacios euclídeos:* Transformación adjunta. Transformación autoadjunta. Transformación Ortogonal. Propiedades.
2. *Diagonalización de matrices simétricas.*

**Unidad 5:** GEOMETRÍA ANALÍTICA.

*Situación problemática:* ¿Cómo se aplican los desarrollos algebraicos vistos a estudios geométricos?

1. *Formas bilineales y cuadráticas en espacios euclídeos:* definición y diagonalización de formas cuadráticas. Cónicas y cuádricas: determinación del tipo reducción a su forma canónica.

**Unidad 6:** ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS: MÉTODOS DE RESOLUCIÓN ALGEBRAICA Y NUMÉRICA.

*Situación problemática:* ¿Cómo se resuelven numéricamente las ecuaciones diferenciales:



1. *Resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales homogéneos y no homogéneos.* Reducción de ecuaciones lineales de orden  $n$  a sistemas de ecuaciones lineales. Resolución de ejemplos físicos.
2. Problemas de valores iniciales de orden 1. Ecuaciones lineales de primer orden. Ecuaciones no lineales de primer orden. Método de la serie de Taylor. Aproximación por diferencias finitas. Método de Euler (explícito e implícito). Método de Euler modificado. Análisis de la consistencia de los métodos, convergencia y estabilidad. Métodos de Runge – Kutta. Métodos multipaso : Adams. Estimación del error, control y extrapolación. Problemas de valores de contorno. Problemas de valores iniciales conservativos

### **Unidad 7:** GRAFOS y ÁRBOLES.

*Situación problemática:* ¿Cuáles son las estructuras matemáticas que se relacionan con las ciencias de la Computación? ¿Cuáles son las estructuras matemáticas que sirven para ordenar datos?

1. *Grafos:* notación, vértices, aristas, caminos, grado, propiedades, subgrafos, matriz de adyacencia, grafo completo, grafo conexo. Grafos planos, isomorfismo de grafos. Conjunto de corte, conjunto desconectante, istmo, puente, caminos y circuitos de Euler, Caminos y circuitos de Hamilton, propiedades.
2. *Digrafo:* matriz de incidencia, digrafos fuertemente conexas, búsqueda de componentes fuertemente conexas, uso de relación de equivalencia, procedimiento matricial. Ordenamiento por niveles, relación de orden, procedimiento matricial.
3. *Árboles:* definición, árbol no dirigido, árbol dirigido; definición de raíz, hoja, altura, árbol, antecesores, niveles, balanceados. Recorrido de árboles: preorden, postorden, orden simétrico; notación polaca directa, notación polaca inversa, notación polaca infija.

### **Unidad 8 :** TÓPICOS DE MATEMÁTICA DISCRETA.

*Situación problemática:* Estudiar las principales aplicaciones a la Computación.

1. *Códigos:* Codificación, decodificación, detección de errores, matriz de control de paridad, matriz generador a de código. Corrección de errores, código de grupo, propiedades, procedimientos tabla de decodificación (coclasas residuales).
2. *Lenguajes formales:* Lenguajes, gramáticas, tipos de lenguajes y gramáticas.
3. *Máquinas de estado finito:* Automatas finitos y lenguajes regulares.

### **BIBLIOGRAFIA :**

#### **Bibliografía básica:**

1. *Álgebra y geometría.* Eugenio Hernández, Ed. Addison Wesley- Universidad Autónoma de Madrid. 1994.
2. *Álgebra lineal con aplicaciones.* Stanley I. Grossman,. Ed. Mc. Graw Hill.
3. *Elementary Linear Algebra.* Anton,H. Rorres,CH,. John Wiley & Sons.Inc. 2000
4. *Elementos de Matemáticas Discretas.* Liu, C. L., Ed. Mc Graw Hill. 2da. Ed. 1995.
5. *Introduction to Numerical Analysis.* F. B. Hildebrand, , MacGraw-Hill (1964)



**Bibliografía complementaria:**

1. Apostol, T., *Cálculus- tomo II*. Ed. Reverté. Segunda Edición. 1996.
2. Balakrishnan, V. K., *Introductory Discrete Mathematics*. Dover. 1996
3. Ikrámov, J, *Problemas de Álgebra Lineal..* Editorial Mir. Moscú. 1990
4. Lang, S., *Introducción al Álgebra Lineal*. Addison-Wesley Iberoamericana. 1990
5. Larotonda, A, *Álgebra lineal y Geometría*. Ed. Eudeba.
6. Petrofrezzo, A, *Matrices y transformadas*. Ed. Eudeba. 1975
7. Ross, K. Wright, Ch. Prentice Hall. *Matemáticas Discretas*. 2da Edición. 1990.
8. Hoffman K., Kunze, R, *Álgebra lineal*. Ed. Prentice Hall. 4ta. Edición. 1981
9. Santaló, L., *Vectores y tensores con sus aplicaciones*. Ed. Eudeba. 13ª. Edición. 1985
10. Stanley I. Grossman, *Aplicaciones de Álgebra Lineal*. Ed. Mc. Graw Hill. 1987
11. Strang, G., *Linear Algebra and Its Applications*. Saunders HBJ. Third edition. 1988.
12. F. Scheid, *Numerical Analysis*, Schaum (1988)
13. W. H. Press y Otros, *Numerical Recipes*, Cambridge U. P. (1986)
14. D. Kinkaid y W. Cheney, *Análisis Numérico*, Addison Wesley (1994)
15. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, John Wiley (1989)



## DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD CURRICULAR

1.- Tareas a realizar por los docentes y alumnos, y los materiales didácticos que se requerirán para desarrollarlos.

Los docentes dictarán clases mediante exposiciones dialogadas, coordinarán actividades de taller con uso de computadoras y de resolución de problemas y ejercicios. Como materiales didácticos se usarán guías de ejercicios y problemas, trabajos prácticos y guías de trabajo haciendo uso de softwares.

Los alumnos realizarán los ejercicios propuestos, asistirán a las clases teóricas, presentarán los trabajos prácticos consignados y trabajarán en los talleres programados.

2) Modalidad de enseñanza empleadas (*teórica, resolución de problemas, laboratorio, actividades de campo, prácticas en centros asistenciales, tareas de proyecto y diseño, etc*)

### i) De clase:

Considerando que las clases son de tres horas cátedra y el tiempo escasea, la metodología de trabajo alternará entre clases expositivas donde los profesores explicarán los temas haciendo participar a los alumnos (exposición dialogada) y clases prácticas donde los alumnos resolverán ejercicios planteados mediante trabajo en grupos mientras los profesores supervisarán su realización y atenderán consultas personales. Además se preve realizar talleres de trabajo para utilizar paquetes de software de Matemática aplicados al Álgebra Lineal. Se le asignará a los estudiantes problemas o tópicos que deberán estudiar y preparar para luego exponer ante sus compañeros.

### ii) De ejercitación:

Las guías prácticas deben contener ejercicios seleccionados y presentados de modo gradual en complejidad. La presentación debe ser guiada por los objetivos propuestos para el tema específico al cual la práctica se refiere. Es conveniente que las prácticas se refieran a cada núcleo temático de la materia y que el alumno tenga claro qué conceptos está ejercitando. Aquellos ejercicios donde se haga hincapié en algún concepto fundamental deben ser supervisados por los profesores en la clase haciendo un comentario general, al final de la práctica, sobre los resultados y procedimientos. Los ejercicios deben ser seleccionados con un criterio que pondere lo conceptual respecto a la mecanización de procedimientos y sobre todo deben apuntar a la utilidad de dichos conceptos en Ingeniería.

### iii) En los talleres de computación

Se usarán calculadoras personales en la clase que realicen operaciones matriciales y graficadoras para estudiar las aproximaciones de funciones por métodos de proyecciones ortogonales sobre espacios funcionales.

Se indicarán trabajos prácticos con aplicaciones del Álgebra Lineal y de Cálculo Numérico usando algún software tal como el Maple o el Mathemática.

Por último se pretende estudiar rudimentos de MathLab para hacer uso de las estructuras vectoriales en la programación de algoritmos simples.



**EVALUACION:** (describir las formas de evaluación, requisitos de promoción y condiciones de aprobación de los alumnos, regulares y libres, fundamentando brevemente su elección)

Las evaluaciones serán de tres tipos:

1) Procesual: En la que se hará un seguimiento de cada estudiante, puede ser mediante su intervención en la clase o entrega de ejercicios resueltos en forma regular. Además se usarán para esta instancia de evaluación los siguientes instrumentos:

- a) Práctica supervisada
- b) Cuestionarios con preguntas
- c) Realización de mapas conceptuales

2) Por trabajos prácticos: Se prevé asignar dos tipos de trabajos prácticos:

a) Con presentación escrita, de carácter individual que consistirá en desarrollar una guía de estudio y de ejercicios referidos a un tema complementario al dictado en la clase que demande:

- búsqueda bibliográfica adicional,
- creatividad en el planteo de las soluciones,
- relacionar con otras áreas de la Matemática o áreas disciplinares afines.

b) Con presentación oral, que consiste en sobre un tema asignado realizar una indagación bibliográfica, buscar ejemplos, presentar problemas y ejercicios, aplicaciones y se evaluará la capacidad expositiva del grupo.

Los trabajos prácticos grupales constarán de dos formas de evaluación: una grupal, evaluando el producto; una individual, evaluando los aprendizajes individuales de los integrantes.

Los trabajos prácticos previstos para este año son:

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| TP1: Cónicas y Cuádricas                               | Individual, con presentación escrita |
| TP2: Lenguajes, Máquinas de estado finito y autómatas. | Grupal, con presentación escrita.    |

3) Por pruebas parciales escritas: con ejercicios del tipo teórico – práctico. Los ejercicios estarán destinados a “medir” el grado de comprensión de los resultados teóricos expuestos en clase y el manejo de las definiciones y propiedades en otros contextos para comprobar que realmente se han incorporado los conceptos y no memorizado o mecanizado definiciones, procedimientos y demostraciones ya presentadas en las clases o que figuran en los libros. Los ejercicios presentados deben ser del nivel de aquéllos que se trabajaron en las clases teóricas y prácticas. Se tomarán dos trabajos parciales.



**12.** El equipamiento informático destinado a Matemática es escaso. Debería haber mayor cantidad de laboratorios de computación para las clases de matemática y disponer de softwares específicos para ingeniería como el MATLAB.

**13.** Aunque ha habido un leve incremento de aprobados y promovidos en los años registrados, la proporción de estos últimos sigue siendo muy baja. Afortunadamente ha disminuido la cantidad de recursantes y además los que cursan por primera vez tienen mejores resultados. Aunque muchos estudiantes prefieren abandonar la materia a tener cursada la materia en lugar de promovida, por eso son pocos los que llegan a la instancia de examen final. Cabe destacar que la cantidad de aprobaciones por examen final es bastante buena.

**14** La formación de los docentes de la asignatura es adecuada. Cabe aclarar que debería haber más docentes auxiliares, que se ocupen especialmente de los espacios de laboratorios y de actividades de apoyo para los alumnos que no pueden finalizar las tareas propuestas en la clase.

**15** Se llevan a cabo reuniones de cátedra y continuas consultas de los profesores con el jefe de cátedra para ajustar contenidos, cronograma, criterios de evaluación así como para compartir experiencias de actividades para el aula y en laboratorio.